

Ö.S.S. 2006

MATEMATİK II SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ

1.  $f(x) = \begin{cases} |x| & , x \neq 0 \\ 3 & , x = 0 \end{cases}$  ise fonksiyonu için,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a$  ve  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b$

olduğuna göre,  $a - b$  kaçtır?

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

Çözüm 1

$\frac{|x|}{x}$  için  $x > 0 \Rightarrow \frac{x}{x} = 1$  ve  $x < 0 \Rightarrow \frac{-x}{x} = -1$  olur.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} 1 = 1$  ve  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} (-1) = -1$  bulunur.

$a - b = 1 - (-1) = 2$

2.  $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2}$  olduğuna göre,  $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$  kaçtır ?

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{2}{3}$     C) 0    D) 1    E) 2

Çözüm 2

$s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} = \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{n^2} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + (n-2) + (n-1) + n)$

$\frac{1}{n^2} \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2} \Rightarrow s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n} = \frac{1}{2}$

Not : pay ve paydadaki polinomların dereceleri eşit ise katsayılar oranı limiti verir.

3.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  her noktada türevli bir fonksiyon ve  $f'(1) = 3$  olduğuna göre,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-3h)}{h}$  kaçtır ?

- A) 15    B) 12    C) 9    D) 6    E) 3

### Çözüm 3

#### I. Yol

Türevin tanımından yola çıkarsak.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h + x_0) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-3h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(1+2h) - f(1-3h)] + (f(1) - f(1))}{h} \Rightarrow \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-f(1-3h) + f(1)}{h} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \cdot 2 - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-3h) - f(1)}{(-3)h} \cdot (-3) \Rightarrow$$

$$= f'(1) \cdot 2 + f'(1) \cdot (-3) = 5 f'(1) = 5 \cdot 3 = 15$$

#### II. Yol

Değişken h olduğundan h'a göre türevleri alınır.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-3h)}{h} = \frac{f(1) - f(1)}{0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır. L'Hospital uygularsak}$$

$$\frac{f'(1) \cdot 2 - f'(1) \cdot (-3)}{1} = 5 f'(1) = 5 \cdot 3 = 15$$

**4.** P(x) polinom fonksiyonunun türevi P'(x) ve P(x) - P'(x) = 2x<sup>2</sup> + 3x - 1 olduğuna göre, P(x) in katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 11    B) 12    C) 13    D) 14    E) 15

### Çözüm 4

P(x) = ax<sup>2</sup> + bx + c olsun. P'(x) = 2ax + b olur.

$$P(x) - P'(x) = 2x^2 + 3x - 1 \Rightarrow (ax^2 + bx + c) - (2ax + b) = 2x^2 + 3x - 1 \Rightarrow$$

a = 2 , b = 7 , c = 6 bulunur. O zaman P(x) = 2x<sup>2</sup> + 7x + 6 olur.

$$P(x) \text{ in katsayılarının toplamı} = P(1) = 2 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 + 6 = 15$$

5.  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5$  fonksiyonu aşağıdaki aralıkların hangisinde azalır ?

- A)  $(\frac{-3}{2}, -1)$     B)  $(-1, \frac{-1}{2})$     C)  $(\frac{-1}{2}, 0)$     D)  $(0, \frac{1}{2})$     E)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

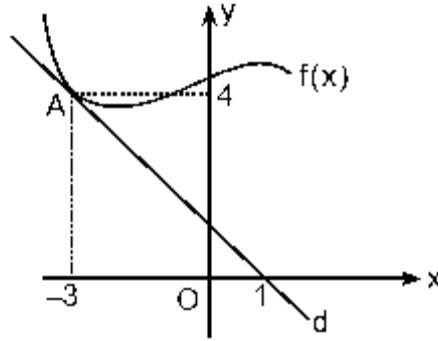
Çözüm 5

$f(x)$ 'in azalan olması için  $f'(x) < 0$  olmalıdır.

$$f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5 \Rightarrow f'(x) = 2x^2 - x < 0 \Rightarrow x \cdot (2x - 1) < 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ ve } x_2 = \frac{1}{2}$$

x		0	$\frac{1}{2}$
x	- - - - -	+ + + + +	+ + + + +
2x-1	- - - - -	- - - - -	+ + + + +
x.(2x - 1)	+ + + + +	- - - - -	+ + + + +

6.



Şekildeki d doğrusu,  $f(x)$  fonksiyonunun grafiğine A noktasında teğettir.  $h(x) = x \cdot f(x)$  olduğuna göre,  $h'(-3)$  kaçtır?

- A) -4    B) -2    C) 0    D) 2    E) 7

Çözüm 6

$$h(x) = x \cdot f(x) \Rightarrow h'(x) = 1 \cdot f(x) + f'(x) \cdot x = f(x) + f'(x) \cdot x \text{ olur.}$$

Türevin geometrik yorumuna göre; Fonksiyonun bir noktadaki türevi o noktadaki teğetin eğimine eşittir.

d doğrusunun denklemi (iki noktası bilinen doğru denklemi) =  $(1,0)$  ve  $(-3,4) \Rightarrow$

$$\frac{y-0}{4-0} = \frac{x-1}{-3-1} \Rightarrow y = -x+1 \text{ olur. Eğimi} = -1 = f'(-3)$$

$$h'(-3) = f(-3) + f'(-3) \cdot (-3) = 4 + (-1) \cdot (-3) = 4 + 3 = 7$$

7.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x).dx$  integralinde  $t = \pi - x$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t + \cos t).dt$

B)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - \cos t).dt$

C)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin t - \cos t).dt$

D)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos t - \sin t).dt$

E)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (\sin t - \cos t).dt$

Çözüm 7

$t = \pi - x \Rightarrow x = \pi - t$  türevini alırsak  $dx = -dt$   
 $x = \pi$  için  $t = \pi - \pi = 0$

$x = \frac{\pi}{2}$  için  $t = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x) dx \Rightarrow \int_{\frac{\pi}{2}}^0 (\sin(\pi - t) + \cos(\pi - t))(-dt) = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 (\sin t - \cos t)(-dt)$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^0 (-\sin t + \cos t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - \cos t) dt$$

8.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu her noktada türevli ve  $f'(x) = x+1$ ,  $f(2) = -1$  olduğuna göre,  $f(0)$  kaçtır?

A) -5    B) -4    C) -2    D) -1    E) 0

Çözüm 8

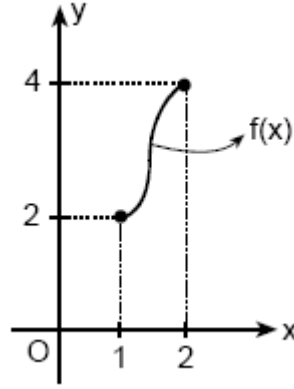
$f'(x) = x+1 \Rightarrow$  her iki tarafın integrali alınırsa,

$$\int f'(x) = \int x+1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{2} + x + c \text{ olur.}$$

$$f(2) = -1 \Rightarrow x = 2 \text{ için } f(2) = \frac{2^2}{2} + 2 + c = -1 \Rightarrow c = -5$$

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 5 \Rightarrow f(0) = -5 \text{ bulunur.}$$

9.

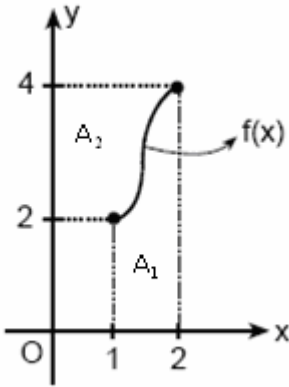


Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten  $f : [ 1,2 ] \rightarrow [ 2,4 ]$  fonksiyonunun tersi  $f^{-1}$  dir.

Buna göre,  $\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx$  toplamı kaçtır?

- A) 2    B) 4    C) 6    D) 8    E) 10

Çözüm 9



$$\int_1^2 f(x) dx = A_1 \quad \text{ve} \quad \int_2^4 f^{-1}(x) dx = A_2$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx = A_1 + A_2 \Rightarrow$$

$$4 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 8 - 2 = 6$$

10.  $\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \frac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix}$  determinantının değeri kaçtır?

- A) 10    B) 9    C) 8    D) 6    E) 5

Çözüm 10

$$\begin{vmatrix} \log_2 8 & \log_4 5 \\ \log_5 4 & \frac{1}{\log_{27} 3} \end{vmatrix} = \log_2 8 \cdot \frac{1}{\log_{27} 3} - \log_5 4 \cdot \log_4 5 = \log_2 2^3 \cdot \frac{1}{\log_{3^3} 3} - 1 = 3 \cdot \frac{1}{3} - 1 = 9 - 1 = 8$$

11.  $(\frac{x}{1+x} - \frac{1}{1-x}) : (\frac{1}{1+x} + \frac{x}{1-x})$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1    B) -1    C) x    D) 1 - x    E) 1 + x

Çözüm 11

$$\left(\frac{x(1-x) - (1+x)}{(1+x)(1-x)}\right) : \left(\frac{(1-x) + x(1+x)}{(1+x)(1-x)}\right) = \left(\frac{-x^2-1}{(1+x)(1-x)}\right) \cdot \left(\frac{(1+x)(1-x)}{1+x^2}\right) = -1$$

12.  $\frac{y^3+27}{y^2-2y-3} \cdot \frac{(y-3)(y^2-1)}{y^2-3y+9}$  ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(y+3)(y-1)$     B)  $(y+3)(y-2)$     C)  $(y+1)(y-3)$   
D)  $(y-1)(y-2)$     E)  $(y-1)(y-3)$

Çözüm 12

$$\frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{(y-3)(y+1)} \cdot \frac{(y-3)(y-1)(y+1)}{y^2-3y+9} = (y+3)(y-1)$$

13.  $|z| + z = 3 - 2i$  eşitliğini sağlayan z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{3}{5} - 2i$     B)  $\frac{5}{6} - 2i$     C)  $\frac{3}{4} + 2i$     D)  $\frac{2}{3} - 3i$     E)  $\frac{3}{5} + 3i$

Çözüm 13

$z = x+iy$  olsun.  $|z| = \sqrt{x^2+y^2}$  olduğuna göre,

$$|z| + z = 3 - 2i \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2} + x+iy = 3 - 2i \Rightarrow y = -2 \text{ olur.}$$

$$\sqrt{x^2+(-2)^2} + x = 3 \Rightarrow x^2+4 = (3-x)^2 \Rightarrow x = \frac{5}{6} \text{ bulunur.}$$

$$z = x+iy = \frac{5}{6} - 2i$$

14. Aşağıdaki tabloyla değişmeli olmayan  $(G, *)$  grubu verilmiştir (Örneğin, bu grupta  $c*d=e$ ,  $d*c=f$  dir.).

*	a	b	c	d	e	f
a	a	b	c	d	e	f
b	b	c	a	f	d	e
c	c	a	b	e	f	d
d	d	e	f	a	b	c
e	e	f	d	c	a	b
f	f	d	e	b	c	a

Buna göre,  $b*(x*c) = d$  eşitliğini sağlayan  $x$  elemanı aşağıdakilerden hangisidir ?

- A) f    B) e    C) d    D) c    E) b

Çözüm 14

\* işleminin etkisiz (birim) elemanı a 'dır.

$$(x*c) = m \text{ diyelim. } b*m = d \Rightarrow b^{-1}*b*m = b^{-1}*d = c*d = e \Rightarrow m = e \text{ olmalıdır.}$$

$$x*c = m \Rightarrow x*c*c^{-1} = m*c^{-1} \Rightarrow x = e*c^{-1} = e*b \Rightarrow x = f \text{ bulunur.}$$

15. A boş olmayan bir küme olmak üzere, A dan A ya f ve g fonksiyonları tanımlanmıştır.  
 $(f \circ g)(x) = f(g(x))$  ile verilen fog bileşke fonksiyonu bire bir ise aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) f örtendir.    B) g örtendir.    C) f bire birdir.    D) g bire birdir.    E) gof bire birdir.

Çözüm 15

Farklı bir  $h(x)$  fonksiyonu alalım.

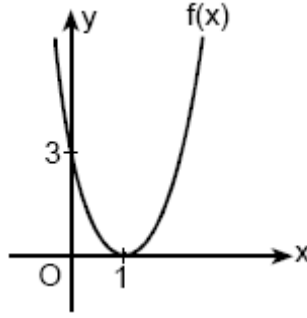
$$h(x_1) = h(x_2) \text{ 1 - 1 olması için } x_1 = x_2 \Rightarrow 1 - 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$f \circ g(x_1) = f \circ g(x_2) \text{ 1 - 1 olması için } x_1 = x_2 \Rightarrow 1 - 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$f(g(x_1)) = f(g(x_2)) \text{ 1 - 1 olması için } g(x_1) = g(x_2) \Rightarrow 1 - 1 \text{ olmalıdır.}$$

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$  ile verilen fog bileşke fonksiyonu bire bir ise;  $g(x)$  de bire bir'dir.

16.



$f(x)$  fonksiyonunun grafiği, şekildeki gibi,  $Ox$  eksenine  $(1, 0)$  noktasında teğet olan ve  $(0, 3)$  noktasından geçen paraboldür.

Buna göre,  $f(3)$  kaçtır?

- A) 3    B) 4    C) 6    D) 7    E) 12

Çözüm 16

$$\text{Parabol denklemini } f(x) = a.(x-r)^2+k \Rightarrow (r,k) = (1,0) \Rightarrow y = a.(x-1)^2$$

$$y = a.(x-1)^2 \Rightarrow (0,3) \text{ noktasını sağlar, } 3 = a.(0-1)^2 \Rightarrow a = 3 \text{ olur.}$$

$$y = a.(x-1)^2 \Rightarrow y = 3.(x-1)^2 \Rightarrow y = f(3) = 3.(3-1)^2 = 3.4 = 12$$

17.  $(1-m)x^2+4x+m^2-4=0$  denkleminin biri pozitif, diğeri negatif iki gerçel kökü varsa  $m$  nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir ?

- A)  $(1, \infty)$                       B)  $(-2, 2)$                       C)  $(-1, 0) \cup (1, \infty)$   
D)  $(-2, 1) \cup (2, \infty)$             E)  $(-2, 0) \cup (1, \infty)$

Çözüm 17

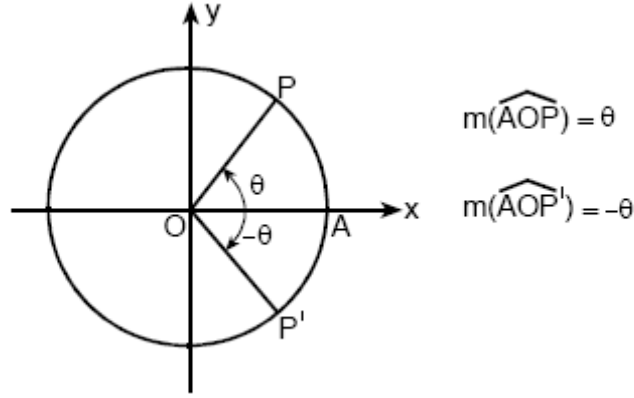
$$\text{Kökleri } x_1 \text{ ve } x_2 \text{ olsun. } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{m^2-4}{1-m} < 0 \Rightarrow m_1 = 2, m_2 = -2, m_3 = 1$$

$m$	-2	1	2
$m^2-4$	+++	-----	++++
$1-m$	+++	+++++	-----
$\frac{m^2-4}{1-m}$	+++	-----	++++

$$\Rightarrow (-2, 1) \cup (2, \infty)$$



18.



Şekildeki O merkezli birim çember üzerindeki P ve P' noktaları Ox eksenine göre birbirinin simetriğidir.

Buna göre, P' noktası aşağıdakilerden hangisiyle ifade edilemez?

- A)  $(\cos(-\theta), \sin(-\theta))$       B)  $(\cos(-\theta), \sin\theta)$       C)  $(\cos\theta, -\sin\theta)$   
D)  $(\cos\theta, \sin(2\pi - \theta))$       E)  $(\cos(2\pi - \theta), -\sin\theta)$

Çözüm 18

$$P'(\cos(-\theta), \sin(-\theta)) = P'(\cos\theta, -\sin\theta)$$

$$\cos(2\pi - \theta) = \cos\theta, \quad \sin(2\pi - \theta) = -\sin\theta$$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \Rightarrow (\cos(-\theta), \sin\theta) \text{ olamaz.}$$

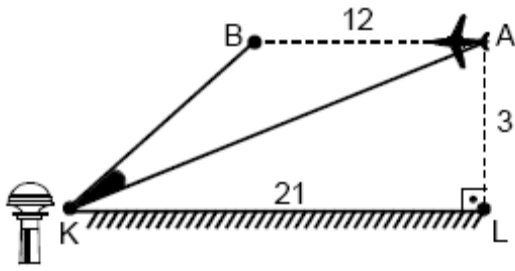
19.  $\frac{\sin 2a}{1 - \cos 2a}$  ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir ?

- A)  $\sin a$       B)  $\cos a$       C)  $\tan a$       D)  $\cot a$       E)  $\sin a + \cos a$

Çözüm 19

$$\frac{\sin 2a}{1 - \cos 2a} = \frac{2 \sin a \cdot \cos a}{1 - (1 - 2 \sin^2 a)} = \frac{2 \sin a \cdot \cos a}{2 \sin^2 a} = \frac{2 \cos a}{2 \sin a} = \frac{\cos a}{\sin a} = \cot a$$

20.



AL ⊥ KL  
BA // KL

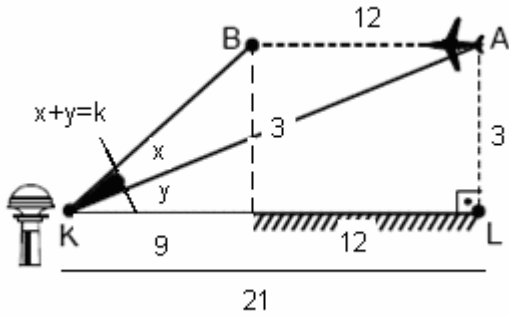
|AL| = 3 km  
|BA| = 12 km  
|KL| = 21 km

K noktasındaki kontrol kulesinde bulunan bir görevli, yerden 3 km yükseklikte yere paralel uçan bir uçağın, A noktasından B noktasına kadar 12 km lik hareketini radarla izliyor.

A noktasının yerdeki dik izdüşümü L noktası ve |KL| = 21 km olduğuna göre, radarın taradığı AKB açısının tanjantı kaçtır?

- A)  $\frac{3}{7}$    B)  $\frac{4}{9}$    C)  $\frac{2}{11}$    D)  $\frac{3}{13}$    E)  $\frac{7}{17}$

Çözüm 20



$$\tan x = ? \Rightarrow x = k - y$$

$$\tan x = \tan(k - y) = \frac{\tan k - \tan y}{1 + \tan k \cdot \tan y}$$

$$\Rightarrow \tan k = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \tan y = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$$\tan x = \tan(k - y) = \frac{\tan k - \tan y}{1 + \tan k \cdot \tan y} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}{1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7}} = \frac{\frac{4}{21}}{\frac{22}{21}} = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$$

21.  $f : \left(\frac{-1}{3}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = \log_3(3x+1)$  ile tanımlanıyor.

Buna göre, ters fonksiyonu belirten  $f^{-1}(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

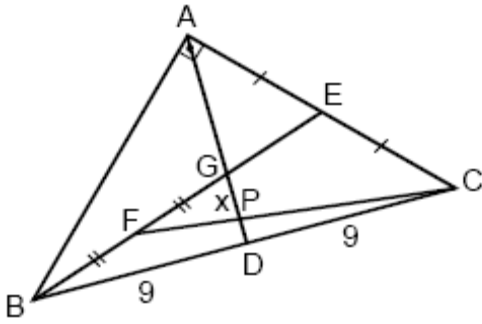
- A)  $f^{-1}(x) = 3^x$    B)  $f^{-1}(x) = 3^x + 1$    C)  $f^{-1}(x) = \log(3x+1)$   
D)  $f^{-1}(x) = \frac{3^x - 1}{3}$    E)  $f^{-1}(x) = \frac{x^3 + 1}{3}$

Çözüm 21

$$y = f(x) = \log_3(3x+1) \Rightarrow 3^y = 3x+1 \Rightarrow 3x = 3^y - 1 \Rightarrow x = \frac{3^y - 1}{3}$$

$$x \leftrightarrow y \leftrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow y = \frac{3^x - 1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3^x - 1}{3}$$

22.



ABC bir dik üçgen

$$m(\text{BAC}) = 90$$

$$|AE| = |EC|$$

$$|BD| = |DC| = 9 \text{ cm}$$

$$|BF| = |FG|$$

$$|GP| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

- A) 1    B) 2    C) 3    D)  $\frac{3}{2}$     E)  $\frac{5}{2}$

Çözüm 22

ABC üçgeninde [AD] ve [BE] kenarortay oldukları için G noktası ağırlık merkezidir.

Dikkat edilirse  $|AD| = \frac{|BC|}{2} = 9 \text{ cm}$  dir.

Ayrıca  $|BG| = 2|GE|$  olduğu için  $|BF| = |FG| = |GE|$  olur.

Menelaus teoemine göre;  $\frac{|AE|}{|AC|} \cdot \frac{|CP|}{|PF|} \cdot \frac{|FG|}{|GE|} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|CP|}{|PF|} \cdot \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow |CP| = 2|PF|$

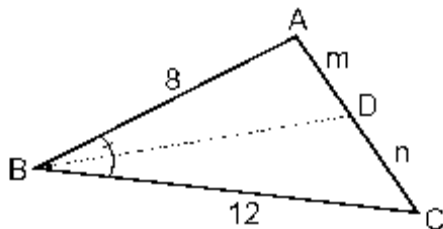
Aynı şekilde yine Menelaus teoemine göre;

$$\frac{|FP|}{|FC|} \cdot \frac{|CE|}{|EA|} \cdot \frac{|AG|}{|GP|} = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{|AG|}{|GP|} = 1 \Rightarrow |AG| = 3|GP|$$

$$|AD| = 9 \Rightarrow G \text{ noktası ağırlık merkezi} \Rightarrow 2|GD| = |AG| \Rightarrow |AG| = 6$$

$$|AG| = 6 \Rightarrow |AG| = 3|GP| \Rightarrow \text{Burdan } |GP| = 2 \text{ cm bulunur.}$$

23.



ABC bir üçgen

[BD] açıortay

$$|AB| = 8 \text{ cm}$$

$$|BC| = 12 \text{ cm}$$

$$|AD| = m \text{ cm}$$

$$|DC| = n \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde m ve n birer tamsayı olduğuna göre, ABC üçgeninin çevre uzunluğu en çok kaç cm olabilir ?

- A) 28    B) 32    C) 35    D) 38    E) 40

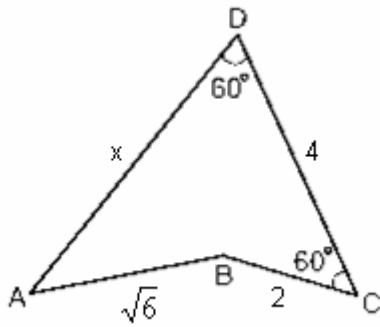
Çözüm 23

Açıortay teoremine göre,  $\frac{8}{12} = \frac{m}{n}$  dir. Burdan  $m = 2k$  ve  $n = 3k$  olur.

Böylece  $|AC| = 5k < 8+12$  (üçgen eşitsizliği) olur.  $5k < 20 \Rightarrow k < 4$   
Bu durumda en fazla  $k = 3$  alınabilir.

Üçgenin çevresi bu durumda  $8+12+5k = 8+12+5.3 = 8+12+15 = 35$  olur.

24.



$$m(\angle ADC) = m(\angle BCD) = 60$$

$$|AB| = \sqrt{6} \text{ cm}$$

$$|BC| = 2 \text{ cm}$$

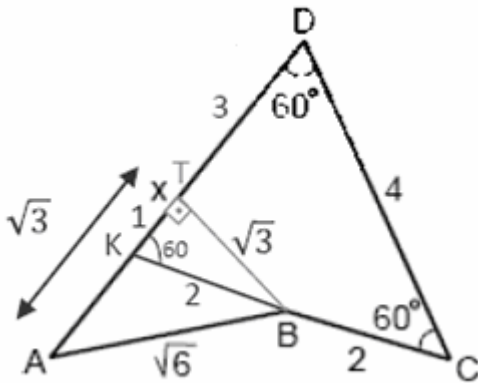
$$|CD| = 4 \text{ cm}$$

$$|AD| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm dir?

- A) 5    B) 6    C)  $6 - \sqrt{3}$     D)  $2 + \sqrt{6}$     E)  $3 + \sqrt{3}$

Çözüm 24



Şekildeki gibi [BC] uzatılırsa DKC eşkenar üçgeni oluşur.

B noktasından [DK] dik çizilirse KTB 30-60-90 dik üçgeni oluşur.

$$|DK| = 2, |KT| = 1 \text{ ve } |TB| = \sqrt{3}$$

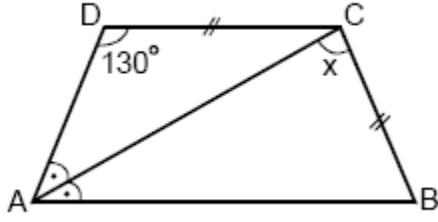
ATB de bir dik üçgendir. Pisagor uygulanırsa

$$|AT|^2 + |TB|^2 = |AB|^2$$

$$|AT| = \sqrt{3}$$

$$|AD| = x = 3 + \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

25.

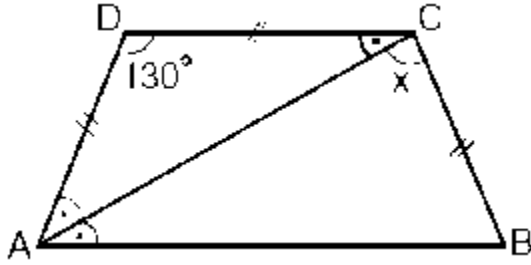


$AB \parallel DC$   
[AC] açıortay  
 $|DC| = |BC|$   
 $m(\angle ADC) = 130$   
 $m(\angle ACB) = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç derecedir?

- A) 105    B) 115    C) 125    D) 130    E) 135

Çözüm 25

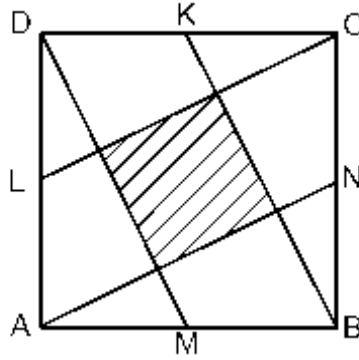


İç ters açılardan dolayı  
 $s(\angle BAC) = s(\angle DCA) = 25$  olur.

ADCB ikizkenar yamuk olduğu için  
 $s(\angle ADC) = s(\angle DCB) = 130$

$$25 + x = 130 \Rightarrow x = 105$$

26.

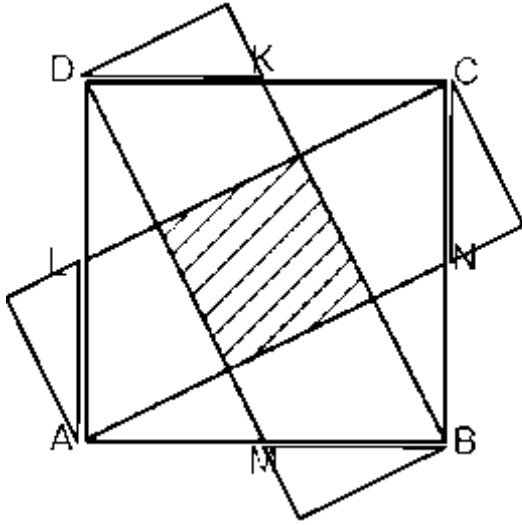


Şekildeki ABCD karesinin kenarları üzerindeki K, L, M, N noktalarının her biri, üzerinde bulunduğu kenarın orta noktasıdır.

$A(ABCD) = 4 br^2$  olduğuna göre, taralı alan kaç  $br^2$  dir ?

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{1}{4}$     C)  $\frac{4}{5}$     D)  $\frac{2}{5}$     E)  $\frac{1}{5}$

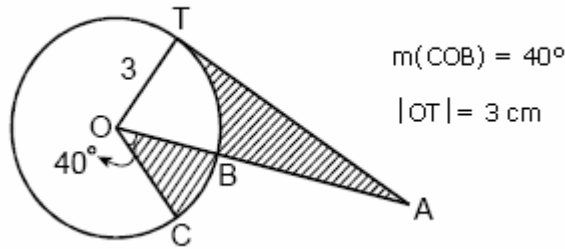
Çözüm 26



Şekilde de görüleceği üzere ABCD karesinin alanı 5 tane taralı küçük karenin alanına eşittir.  
Dolayısıyla;  $4 = 5 \cdot \text{taralı alan}$

$$\text{Taralı alan} = \frac{4}{5} \text{ olur.}$$

27.



$$m(\text{COB}) = 40^\circ$$

$$|OT| = 3 \text{ cm}$$

Şekildeki AT doğrusu O merkezli çembere T noktasında teğettir ve  $|AT|$  uzunluğu TBC yayının uzunluğuna eşittir.  
Buna göre, taralı alanların toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir ?

- A)  $8\pi$    B)  $6\pi$    C)  $5\pi$    D)  $4\pi$    E)  $2\pi$

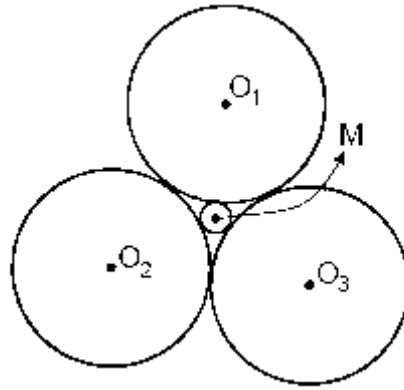
Çözüm 27

$$\text{alan}(\text{OCB}) = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40}{360}, \quad \text{alan}(\text{COT}) = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{(\overline{TBC})}{360}, \quad \text{alan}(\text{AOT}) = \frac{3 \cdot |AT|}{2}$$

$$|AT| \text{ uzunluğu } \overline{TBC} \text{ yayının uzunluğuna eşittir. } |AT| = |\overline{TBC}| = 2\pi \cdot 3 \cdot \frac{(\overline{TBC})}{360}$$

$$\begin{aligned} \text{taralı alan} &= \text{alan}(\text{AOT}) - \text{alan}(\text{TOB}) + \text{alan}(\text{OCB}) \\ &= \frac{3 \cdot |AT|}{2} - \left( \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{(\overline{TBC})}{360} - \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40}{360} \right) + \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40}{360} \\ &= \frac{3 \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot \frac{(\overline{TBC})}{360}}{2} - 9\pi \frac{(\overline{TBC})}{360} + 2 \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40}{360} = 2\pi \end{aligned}$$

28.

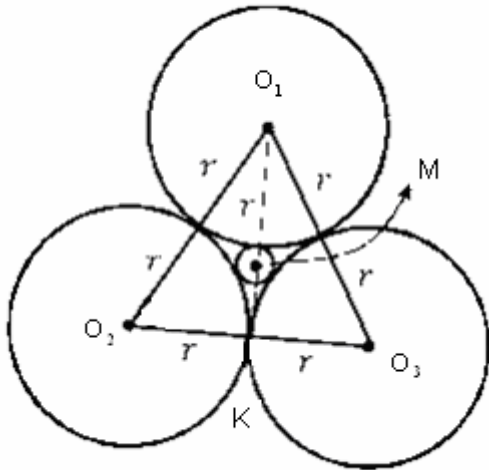


$O_1, O_2, O_3$  ve  $M$  merkezli çemberler birbirlerine şekildeki gibi teğettir.

$O_1, O_2$  ve  $O_3$  merkezli çemberlerin yarıçapları  $r$  cm,  $M$  merkezli çemberin yarıçapı da 1 cm olduğuna göre,  $r$  kaçtır?

- A)  $\sqrt{3}$     B)  $1 + \sqrt{3}$     C)  $2 + 2\sqrt{3}$     D)  $3 + 2\sqrt{3}$     E)  $3 + 3\sqrt{3}$

Çözüm 28



Şekildeki gibi merkezler birleştirildiğinde karşımıza bir kenarı  $2r$  olan  $(O_1 O_2 O_3)$  eşkenar üçgeni çıkar.

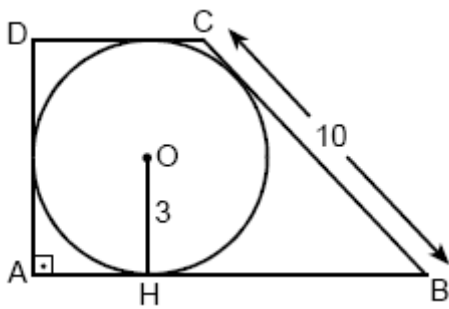
Bu durum da  $|O_1 M| = r+1$  ve  $|O_1 K| = r\sqrt{3}$  olur.

$M$  noktası bu üçgenin ağırlık merkezidir.

$$\frac{|O_1 M|}{|O_1 K|} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{r+1}{r\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \Rightarrow r = \frac{3}{2\sqrt{3}-3}$$

$$r = \frac{3}{2\sqrt{3}-3} = 3 + 2\sqrt{3}$$

29.



ABCD,  $O$  merkezli çemberin teğetler dörtgeni

$AB \parallel DC$

$DA \perp AB$

$|BC| = 10$  cm

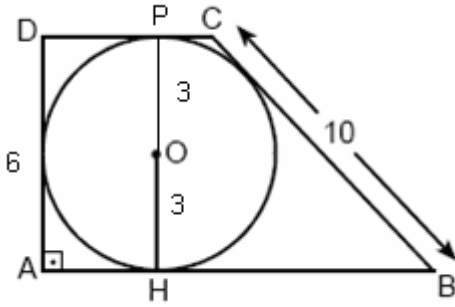
$|OH| = 3$  cm

Yukarıdaki verilere göre, ABCD teğetler dörtgeninin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A) 50    B) 48    C) 46    D) 44    E) 42

Çözüm 29

I. Yol



O merkezli çember [DC] ye P de teğet olsun. Bu durumda  $|OP| = 3$  cm olur.

Ayrıca yarıçap doğru parçaları teğetlere dik olduğu için

$[PH] \perp [AB]$  ve  $[PH] \perp [DC]$  dir.

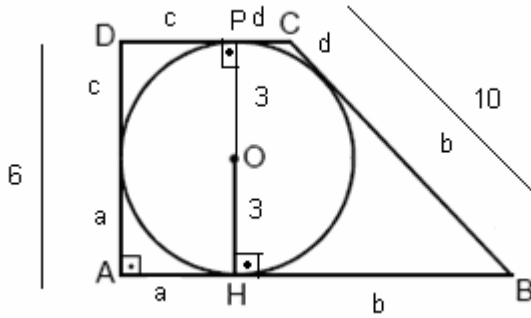
Bu durumda  $|AD| = |PH| = 6$  olur.

Teğetler dörtgeninde karşılıklı teğet parçaları uzunlukları eşit olduğu için;

$$|AB| + |DC| = |AD| + |BC| = 10 + 6 = 16$$

$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{|AB| + |DC|}{2} \cdot |AD| = \frac{16}{2} \cdot 6 = 48$$

II. Yol



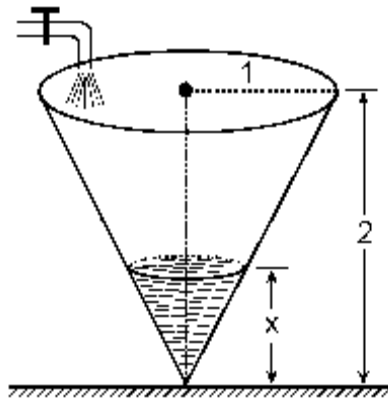
$$a + c = 6$$

$$b + d = 10$$

$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{(a + b) + (c + d)}{2} \cdot (a + c)$$

$$\Rightarrow \frac{16}{2} \cdot 6 = 48$$

30.



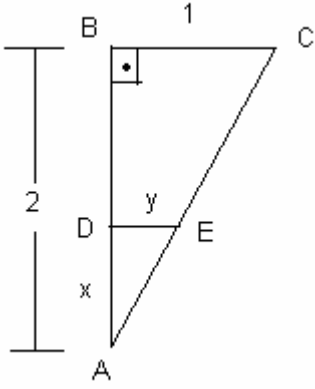
Şekildeki gibi, taban yarıçapı 1 metre, yüksekliği 2 metre olan dik koni biçimindeki bir su deposuna bir musluktan sabit hızla su akıtılıyor.

Depoda biriken suyun derinliği x metre olduğunda, depoda biriken suyun hacmi x türünden kaç metreküp olur ?

- A)  $\frac{\pi \cdot x^3}{12}$     B)  $\frac{\pi \cdot x^3}{9}$     C)  $\frac{\pi \cdot x^3}{6}$     D)  $\frac{\pi \cdot x^3}{4}$     E)  $\frac{\pi \cdot x^3}{3}$



Çözüm 30



Şekildeki ABC üçgeninde üçgeninde temel orantı teoremi uygulanırsa;

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{1} \Rightarrow y = \frac{x}{2} \text{ olur.}$$

Bu durumda

$$\text{suyun hacmi } v = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (y)^2 \cdot x = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot x$$

$$\Rightarrow v = \frac{\pi \cdot x^3}{12} \text{ bulunur.}$$

Adnan ÇAPRAZ

[adnancapraz@yahoo.com](mailto:adnancapraz@yahoo.com)

AMASYA